2009年度　青山学院高等部　入学試験問題　数学

◎ 解答は, すべて別紙解答用紙の解答欄に記入せよ. $\sqrt{\ }$, π はそのままでよい.

◎ 計算は, 解答用紙の計算欄を利用すること. 必要なときは問題用紙または解答用紙の余白や裏面を利用してよい.

$\boxed{1}$ $\dfrac{99^2-22^2}{44^2-33^2}$ の値を求めよ.

$\boxed{2}$ 次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ に当てはまる数を答えよ.

n を自然数とし, $P=n^4-48n^2+26^2$ とする. P は $(n^2+26)^2-(10n)^2$ と変形できるので, $P=(n^2+\boxed{ア}n+26)(n^2-\boxed{ア}n+26)$ のように因数分解できる.

これより, P が素数になるのは $n=\boxed{イ}$ のときで, その素数は $\boxed{ウ}$ である.

$\boxed{3}$ 1個のさいころを2回投げ, 最初に出る目を a , 2回目に出る目を b とする.

このとき, 2次方程式 $x^2-ax+b=0$ が整数解をもつ確率を求めよ.

$\boxed{4}$ ある学校の今年度の入学者数は昨年度と比べて 7人多く, 男子が 8％増え, 女子が 4％減って, 全体としては 3.5％増えた.

（1）昨年度の男子, 女子の入学者数をそれぞれ x , y とするとき, $x+y$ の値を求めよ.

（2）今年度の男子, 女子の入学者数をそれぞれ求めよ.

$\boxed{5}$ 2次関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 l が, 2点 A$(-1, 2)$, B$(3, b)$ で交わっている.

また, 直線 l と y 軸の交点をC$(0, c)$ とする.

（1） a , b , c の値を求めよ.

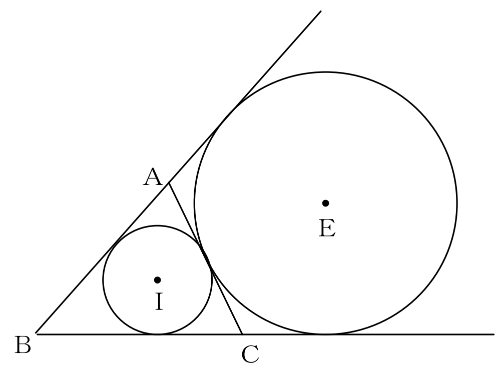
（2） $y=ax^2$ のグラフ上の点 Dのうち, △ACD の面積と △OACの面積が等しくなるような点 D の x 座標をすべて求めよ. ただし, 点 D は原点 O と異なる点とする.

$\boxed{6}$ 1辺の長さが 6 の正三角形 ABC に内接する円の中心を I とする. また, 辺 AC, 半直線 BA , 半直線 BC のすべてに接する円の中心を E とする.

（1）線分 AI の長さを求めよ.

（2）線分 AE の長さを求めよ.

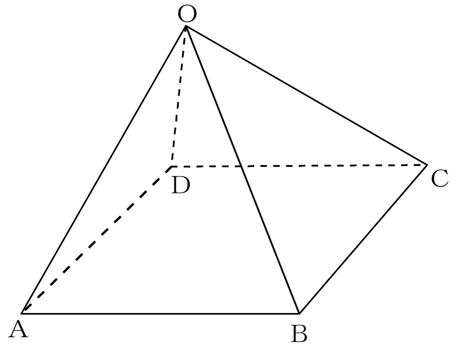
（3）線分 IE の長さを求めよ.



7 底面が１辺の長さ４の正方形で，側面がすべて正三角形である四角すい O－ABCD がある．辺 OA の中点を M とする．

（１）この四角すいの体積を求めよ．

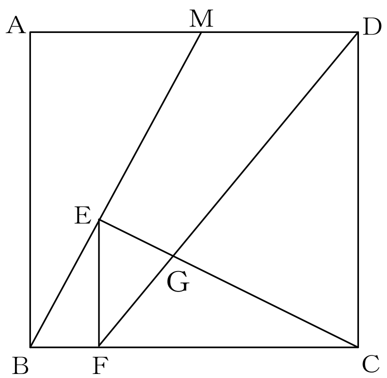
（２）点 M から辺 OB 上の点 E を経て頂点 C まで最短距離で行くとき，線分 OE の長さと，その最短距離を求めよ．



8 １辺の長さが２の正方形 ABCD において，辺 AD の中点を M とする．点 C から線分 BM に垂線 CE を引き，点 E から辺 BC に垂線 EF を引く．また，線分 DF と線分 CE の交点を G とする．

（１）線分 EF の長さを求めよ．

（２）△CDG の面積を求めよ．



9 図のように，円 O の円周上に４点 A，B，C，D があり，△ABC は正三角形である．AD＝3，BD＝1，CD＝4 とし，線分 AB と線分 CD の交点を E とする．

（１）∠ADC の大きさを求めよ．

（２）線分 DE の長さを求めよ．

（３）辺 BC の長さを求めよ．