2010年度　青山学院高等部　入学試験問題　数学

◎ 解答は, すべて別紙解答用紙の解答欄に記入せよ. $\sqrt{\ }$, π はそのままでよい.

◎ 計算は, 解答用紙の計算欄を利用すること. 必要なときは問題用紙または解答用紙の余白や裏面を利用してよい.

$\boxed{1}$ $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$ を計算せよ.

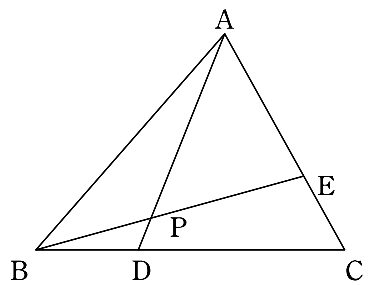
$\boxed{2}$ $\sqrt{\dfrac{6750}{n}}$ が整数となるような自然数 n はいくつあるか.

$\boxed{3}$ 濃度５％の食塩水 60g が入ったビーカーＩと，30g の蒸留水が入ったビーカーⅡがあり，次の操作を行う.

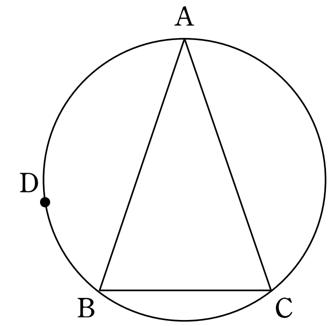
〔操作〕Ｉ，Ⅱからそれぞれ同時に x g を取り，Ｉから取った分をⅡに，Ⅱから取った分をＩに入れてよくかき混ぜる.

この操作後に，ビーカーＩとビーカーⅡの食塩水の濃度が等しくなった．このとき，x の値を求めよ.

$\boxed{4}$ △ABC において，辺 BC を 1 : 2 に分ける点を D，辺 AC を 3 : 1 に分ける点を E，線分 BE と線分 AD の交点を P とする．このとき，BP : PE を最も簡単な整数の比で表せ.



$\boxed{5}$ AB＝AC である二等辺三角形 ABC が円に内接している．図のように，弦 AB の劣弧（短い方の弧）上に $\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{DB}=2:1$ となるように点 D をとる．AC // DB であるとき，∠BAC の大きさを求めよ.



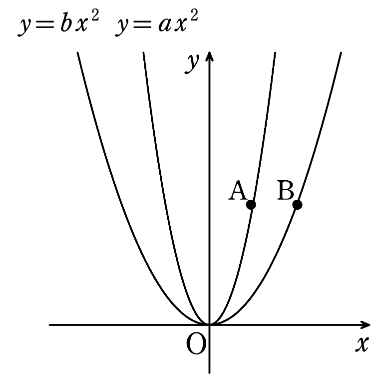
$\boxed{6}$ 放物線 $y=ax^2$ $(a>0)$ 上に x 座標が 2 である点 A，放物線 $y=bx^2$ $(b>0)$ 上に x 座標が 3 である点 B がある．直線 AB は x 軸に平行であり，$OA=2\sqrt{10}$ である.

（1）a，b の値を求めよ.

（2）直線 OA と放物線 $y=bx^2$ との原点以外の交点を C とするとき，C の座標を求めよ.

（3）直線 BC の式を求めよ.

（4）直線 BC と x 軸との交点を D とするとき，△COD と △CAB の面積比を最も簡単な整数の比で表せ.



7 1から6までの数字が1つずつ書かれた同じ大きさの6個の球が袋に入っている．この袋の中から同時に3個の球を取り出し，それらに書いてある数字の積をXとする．

（1）Xが5の倍数となる確率を求めよ．

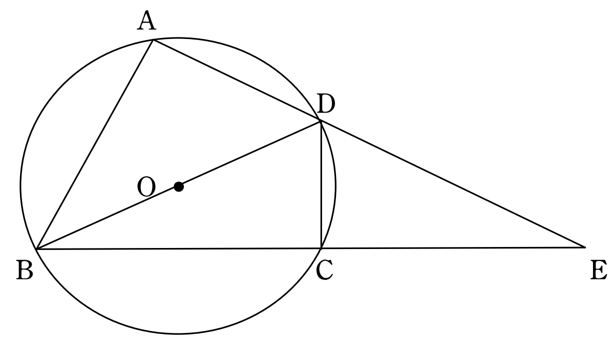
（2）Xが6の倍数となる確率を求めよ．

8 四角形ABCDは下の図のように円に内接し，対角線BDは円の中心Oを通る．また，直線ADと直線BCの交点をEとするとき，AB=DEであり，AD=1，BE=5である．

（1）線分ABの長さを求めよ．

（2）線分CDの長さを求めよ．

（3）線分ACと線分BDの長さの比を最も簡単な整数の比で表せ．



9 直方体ABCD−EFGHがある．AB=6，AD=8，AE=6であり，線分ACの中点をMとする．

（1）△DEGの面積を求めよ．

（2）三角すいG−CDMの体積を求めよ．

（3）三角すいM−DEGの体積を求めよ．

（4）Mから△DEGへ引いた垂線の長さを求めよ．