

2011年度 青山学院高等部 入学試験問題 数学

◎ 解答は、すべて別紙解答用紙の解答欄に記入せよ。√, π はそのままよい。

◎ 計算は、解答用紙の計算欄を利用すること。必要なときは問題用紙または解答用紙の余白や裏面を利用してよい。

1 次の式を計算せよ。

$$\frac{x+3y-3z}{3} - \frac{2x-3y}{6} - \frac{3y+2z}{4}$$

2 次の間に答えよ。

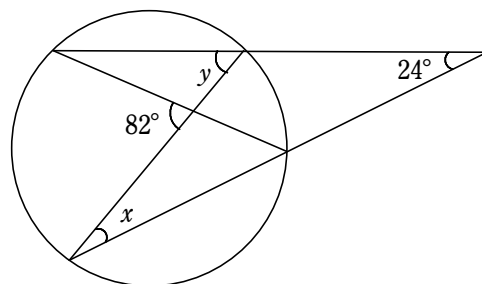
(1) $a^2 - 4ab + 3b^2$ を因数分解せよ。

(2) $a^2 - 4ab + 3b^2 = 16$ を満たす自然数の組 (a, b) をすべて求めよ。

3 千円札, 五百円硬貨, 百円硬貨を使って 3000 円を支払う方法は何通りあるか。

ただし、使わないものがあったてもよいものとする。

4 下の図の $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めよ。



5 ある高校の 2008 年度の入学者数は 400 名であった。2009 年度の入学者数は 2008 年度よりも $x\%$ 増加し、2010 年度は 2009 年度よりも $x\%$ 減少した。その結果、2008 年度から 2010 年度までの入学者数の合計は 1219 名となった。また、どの年度の入学者数も 500 名以下であった。このとき、 x の値を求めよ。

6 放物線 $y = \frac{1}{a^2}x^2$ と直線 $l: y = \frac{1}{a}x + b$ が下図のように 2 点 A, B で交わっている。

また、直線 m は l に平行で、 l より上方にあり、点 P が m 上を動くものとする。

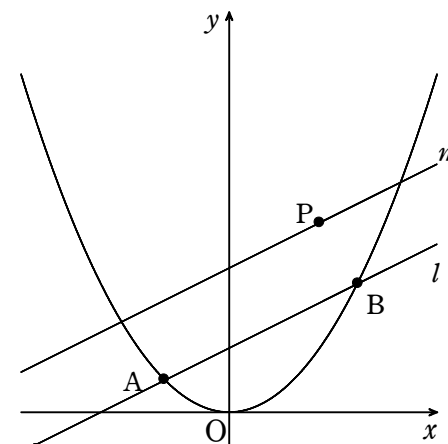
点 B の座標が $(2a, 2a)$ であるとき、次の間に答えよ。

(1) a, b の値を求めよ。

(2) 点 A の座標を求めよ。

(3) $\triangle PAB$ の面積が 12 であるとき、直線 m の式を求めよ。

(4) (3) のとき、 $\triangle POB$ の面積が 9 となるような点 P の座標をすべて求めよ。

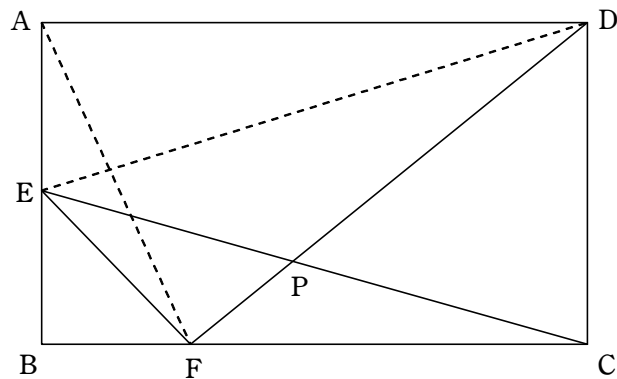


7 $AB=3$, $BC=\sqrt{13}$, $CA=2$ である $\triangle ABC$ があり, この三角形に外接する円を O とする.

- (1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ.
- (2) 円 O の半径を求めよ.
- (3) 円 O の点 B を含まない弧 CA 上に点 D をとり四角形 $ABCD$ をつくる.
四角形 $ABCD$ の面積の最大値を求めよ.

8 $AB=3$, $AD=5$ である長方形 $ABCD$ を, 辺 AB 上の点 E と頂点 D を結ぶ線分 ED で折り返したところ, 頂点 A は辺 BC 上の点 F に重なった.

- (1) 線分 CF の長さを求めよ.
- (2) 線分 AE の長さを求めよ.
- (3) $CP : PE$ を最も簡単な整数の比で表せ.



9 1辺の長さが8の立方体 $ABCD-EFGH$ に球が内接している. この立方体を次に与えられた各平面で切断するとき, それぞれの場合について球の切り口の円の半径を求めよ.

- (1) 四角形 $BDHF$
- (2) $\triangle ACF$
- (3) 台形 $PQGE$
(ただし, P, Q はそれぞれ辺 AD , 辺 CD の中点とする)

